Algoritmi e Strutture Dati

Strutture Elementari

Maria Rita Di Berardini[2], Emanuela Merelli[1]

[1]Dipartimento di Matematica e Informatica
Università di Camerino

[2]Polo di Scienze
Università di Camerino ad Ascoli Piceno

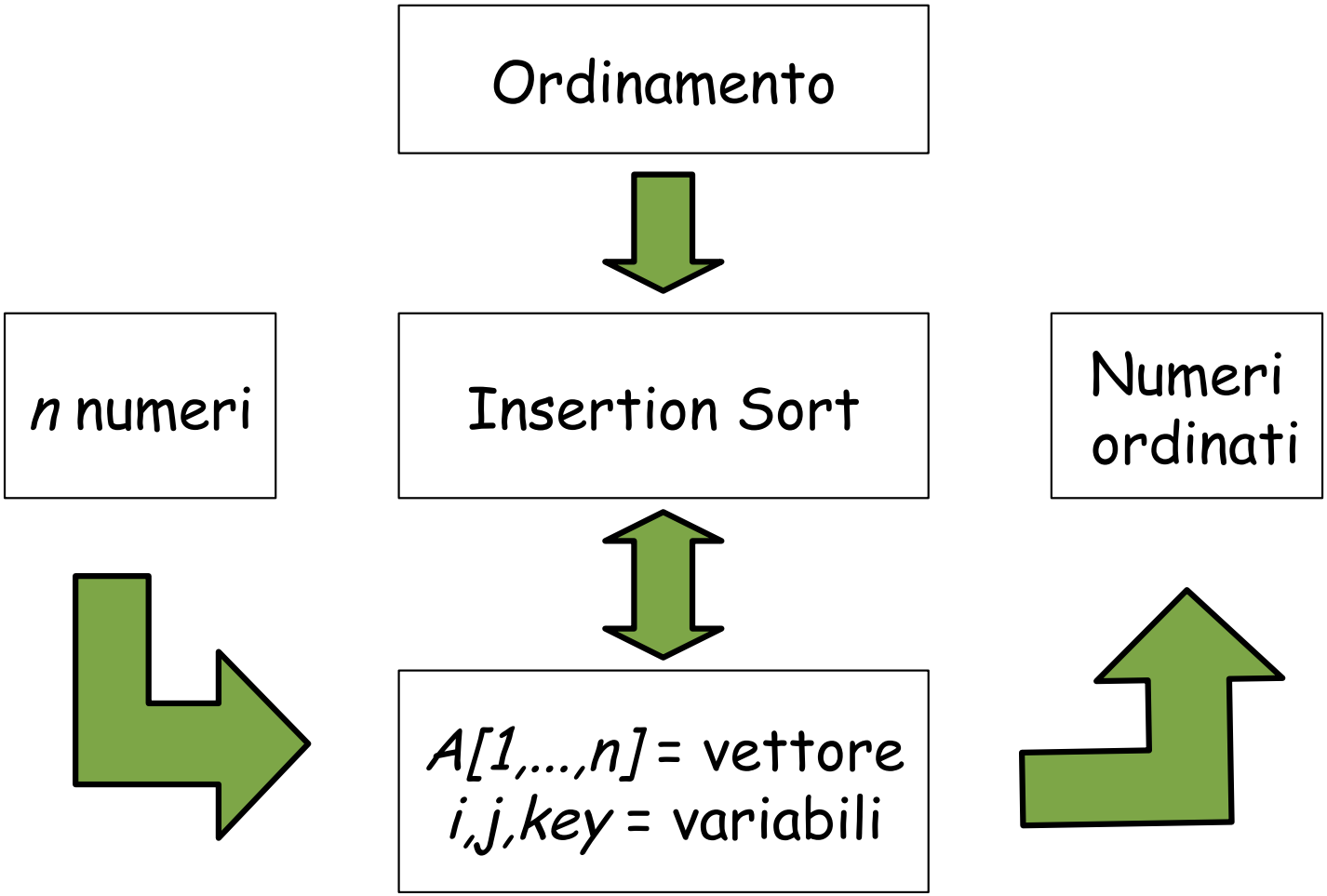
Insertion Sort

for j $\leftarrow$ 2 **to** lenght[A]
do key $\leftarrow$ A[j]

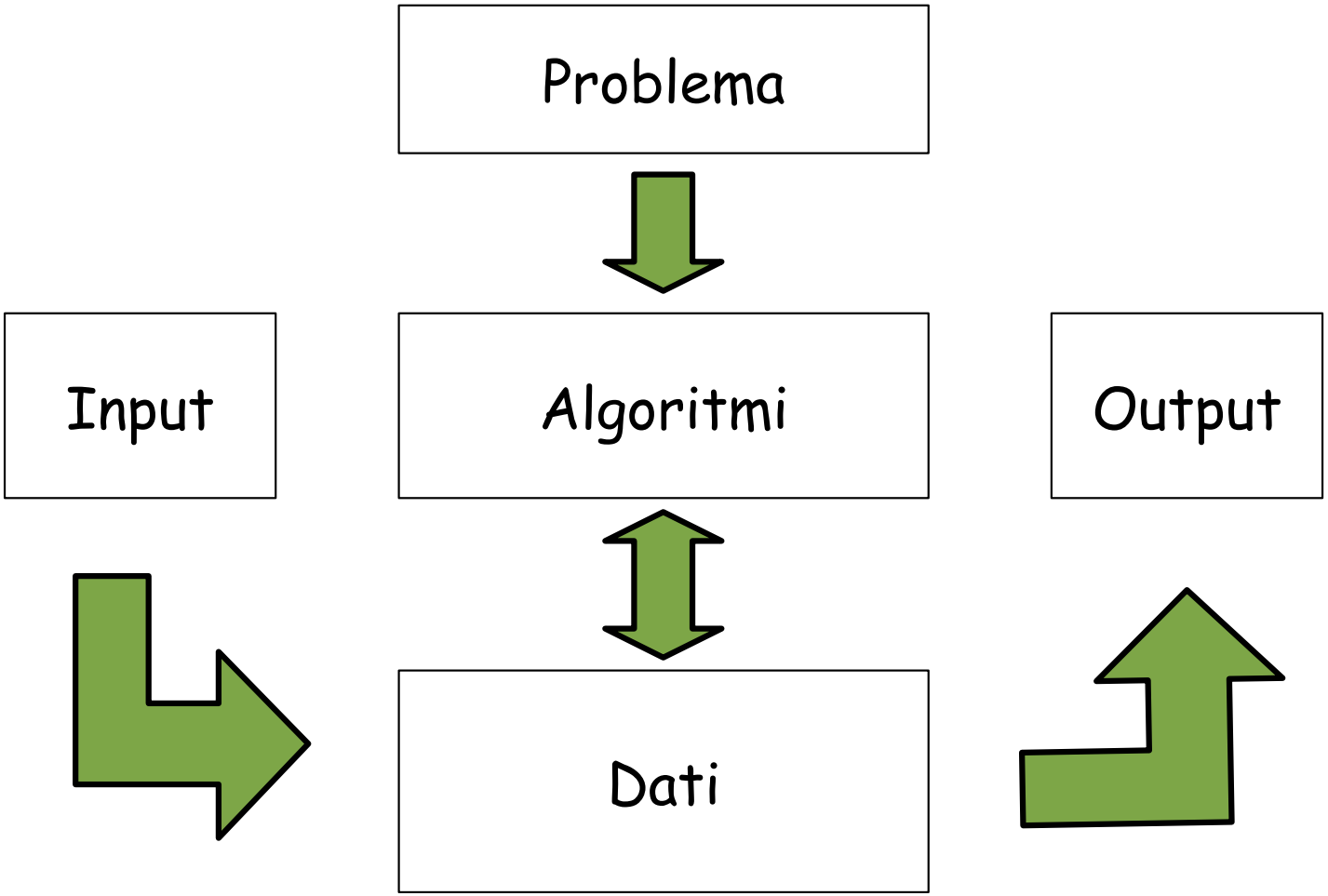
▷ Si inserisce A[j] nella sequenza ordinata A[1..j-1]

i $\leftarrow$ j-1
while $i > 0$ e $A[i] > key$
do $A[i+1] \leftarrow A[i]$
$i \leftarrow i - 1$
A[i+1] $\leftarrow$ key

Schema dell'Insertion-Sort



Schema di un generico algoritmo

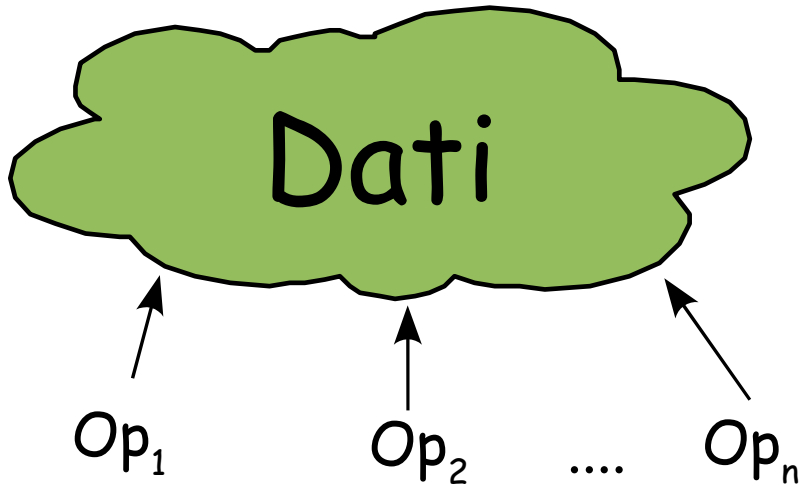


Strutture Dati Astratte (SDA)

Dati: insieme di valori – oggetti

+

Operazioni che consentono di manipolare i dati



Esempio di SDA

Dati = insieme S di numeri

OP_1 = estrai il minimo

OP_2 = estrai il massimo

OP_3 = restituisci la dimensione di S

OP_4 = inserisci un nuovo numero in S

Insertion Sort

for j $\leftarrow$ 2 **to** size(A)

▷ Si inserisce A[j] nella sequenza ordinata A[1..j-1]

i $\leftarrow$ j-1

while $i > 0$ e $read(j) > key$

do $modify(i + 1, read(i))$

i $\leftarrow$ i-1

$modify(i + 1, key)$

Insertion Sort

$$ADS = \begin{cases} \text{Insieme S di numeri} \\ + \\ \text{Read, Size, Modify} \end{cases}$$

$$DS = \begin{cases} \text{S} = \text{“A[1, . . . , n]” vettore} \\ \text{Read(i)} = \text{“A[i]”} \\ \text{Size(A)} = \text{“n”} \\ \text{Modify(i, x)} = \text{“A[i] = x”} \end{cases}$$

ADS vs DS

ADS = che cosa vogliamo ?

DS = come lo implementiamo ?

Quando una struttura dati è buona??

Quando non usa troppe risorse

$$\textit{Risorse} = \begin{cases} \text{Tempo} \\ \text{Spazio di memoria} \\ \text{Numero di processori} \\ \ldots \end{cases}$$

Il concetto di Dato

Un **dato** è tutto ciò su cui agisce un calcolatore

A livello hardware tutti i dati sono rappresentati come sequenza di cifre binarie

Linguaggi ad alto livello ci permettono di usare astrazioni tramite il concetto di tipo di dato

Tipo di dato

Nei linguaggi di programmazione

- il **tipo di dato** determina l'insieme dei valori (oggetti) che una variabile può rappresentare
- il **tipo di dato**, specifica le operazioni di interesse su un insieme di valori - o collezione di oggetti (es. inserisci, cancella, cerca, etc.)

Ogni operatore accetta argomenti di uno o più tipi di dato fissato e produce risultati di un tipo di dato fissato

Gestione di collezioni di oggetti

Struttura dati: un organizzazione dei dati che permette di supportare le operazioni di un tipo di dato in modo efficiente

Tipo di dato Dizionario

Dati: un insieme di coppie (*elem*, *chiave*)

Operazioni:

`insert`*(elem e, chiave k)*
aggiunge ad S una nuova coppia *(e, k)*

`delete`*(elem e, chiave k)*
cancella da S la coppia con chaive *k*

`search`*(chiave k)*
se la chiave *k* è presente in *s* restituisce l'elemento *e* ad esso associato altrimenti restituisce `null`

Pile e Code

Pila:

- insieme di elementi gestiti secondo una politica LIFO (**L**ast **I**n **F**irst **O**ut)
- l'ultimo elemento inserito è il primo estratto

Coda:

- insieme di elementi gestiti secondo una politica FIFO (**F**irst **I**n **F**irst **O**ut)
- il primo elemento inserito è il primo estratto

Il tipo di dato Pila

Dati: una sequenza S di n elementi

Operazioni:

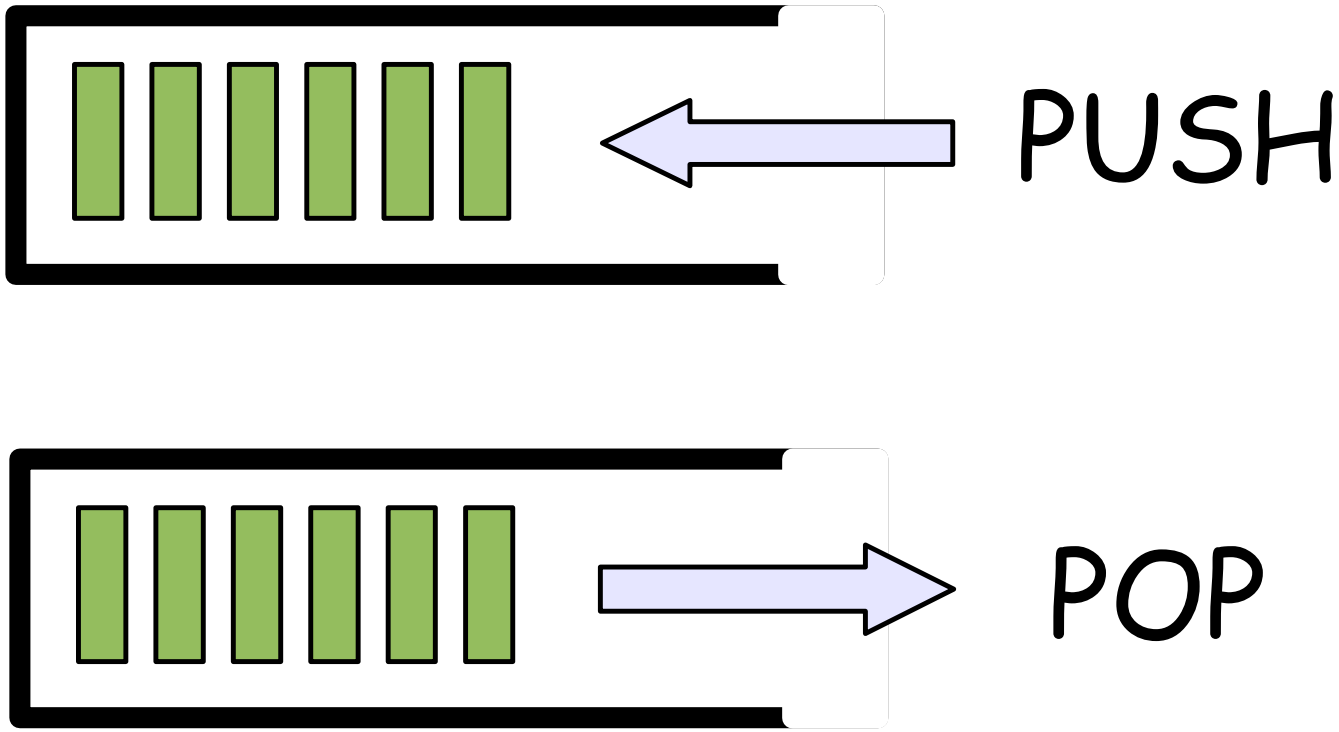
`isEmpty()` $\rightarrow$ `boolean`
restituisce `true` se S è vuota, `false` altrimenti

`push`*(elem e)*
aggiunge *e* come ultimo elemento di S

`pop()` $\rightarrow$ *elem*
toglie da S l'ultimo elemento e lo restituisce

`top()` $\rightarrow$ *elem*
restituisce l'ultimo elemento di S (senza eliminarlo)

Il tipo di dato Pila



Tipo di dato Coda

Dati: una sequenza S di n elementi

Operazioni:

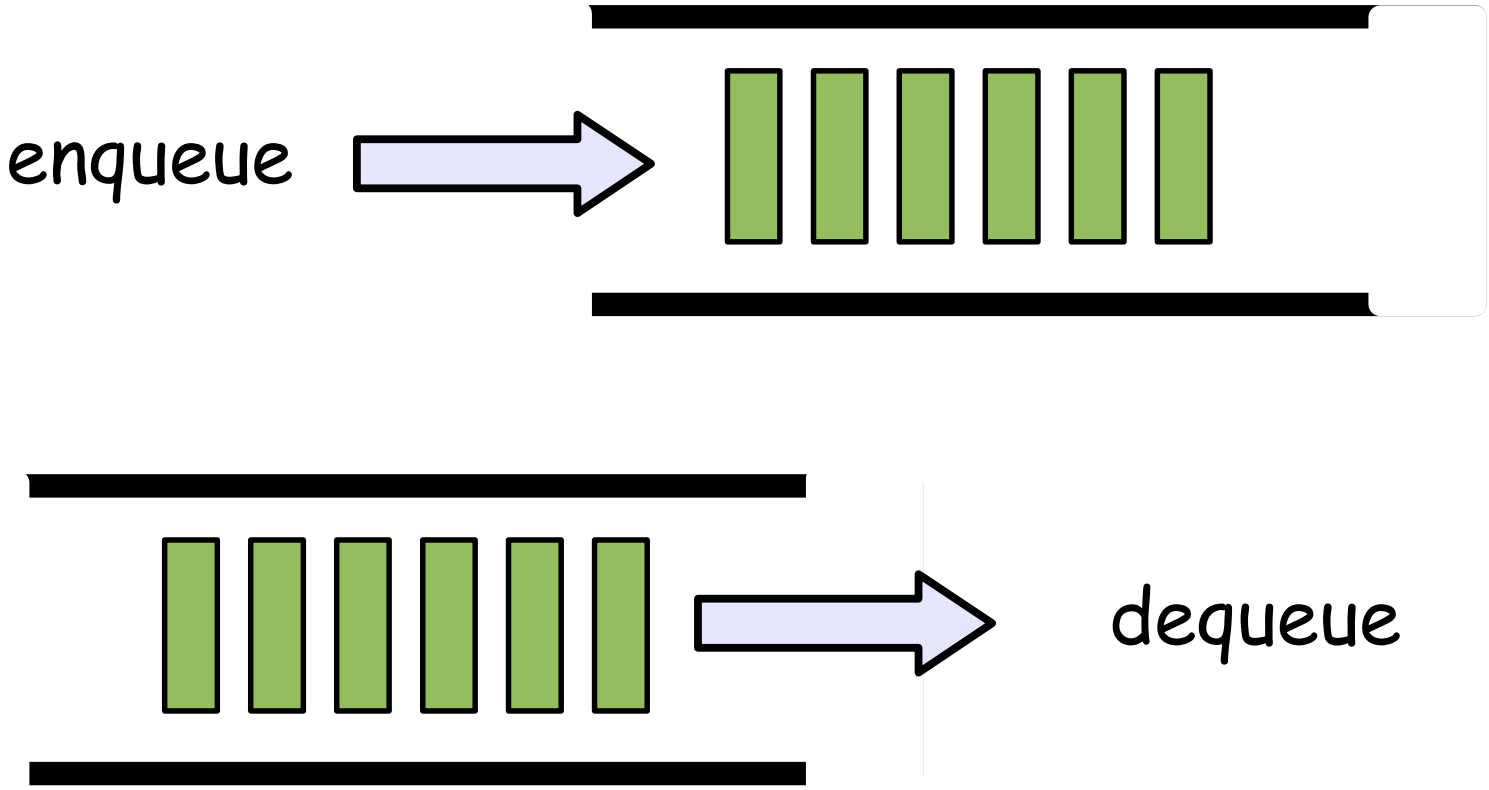
`isEmpty()` $\rightarrow$ `boolean`
restituisce `true` se S è vuota, `false` altrimenti

`enqueue`*(elem e)*
aggiunge *e* come ultimo elemento di S

`dequeue()` $\rightarrow$ *elem*
toglie da S l'ultimo elemento e lo restituisce

`first()` $\rightarrow$ *elem*
restituisce il primo elemento di S (senza eliminarlo)

Il tipo di dato Coda



Tecniche di rappresentazione dei dati

Rappresentazioni indicizzate:

- I dati sono contenuti in array

Rappresentazioni collegate:

- I dati sono contenuti in record collegati fra loro mediante puntatori

Pro e contro

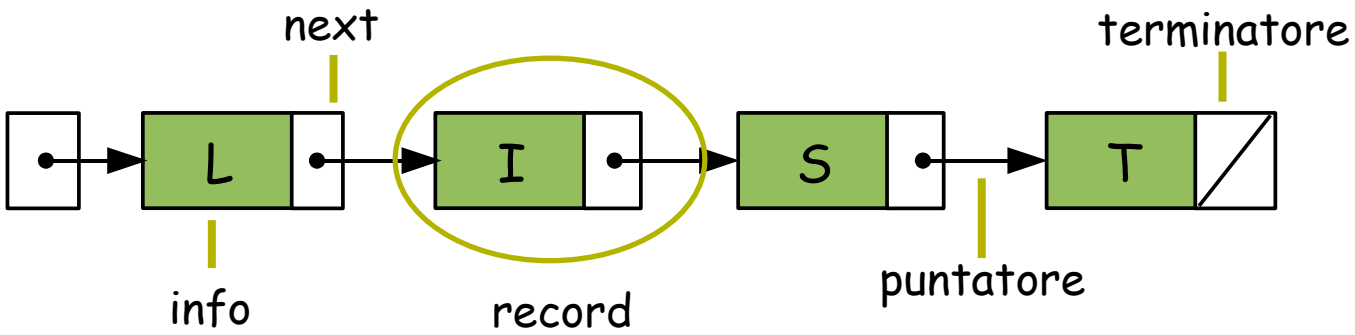
Rappresentazioni indicizzate:

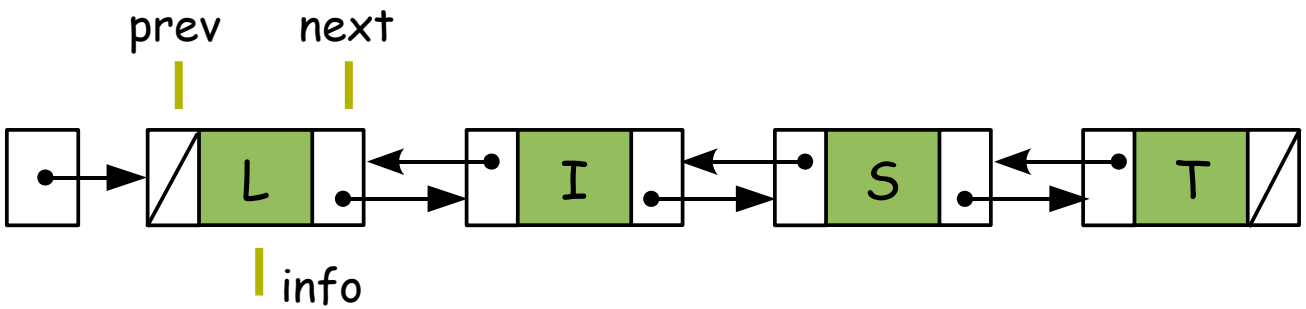
- **Pro**: accesso diretto ai dati mediante indici
- **Contro**: dimensione fissa (riallocazione array richiede tempo lineare)

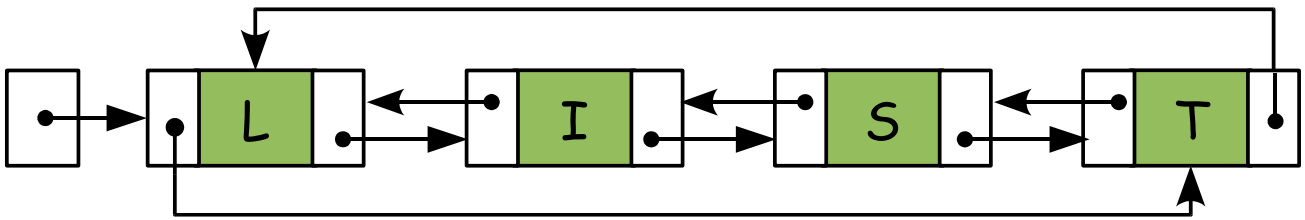
Rappresentazioni collegate:

- **Pro**: dimensione variabile (aggiunta e rimozione record in tempo costante)
- **Contro**: accesso sequenziale ai dati

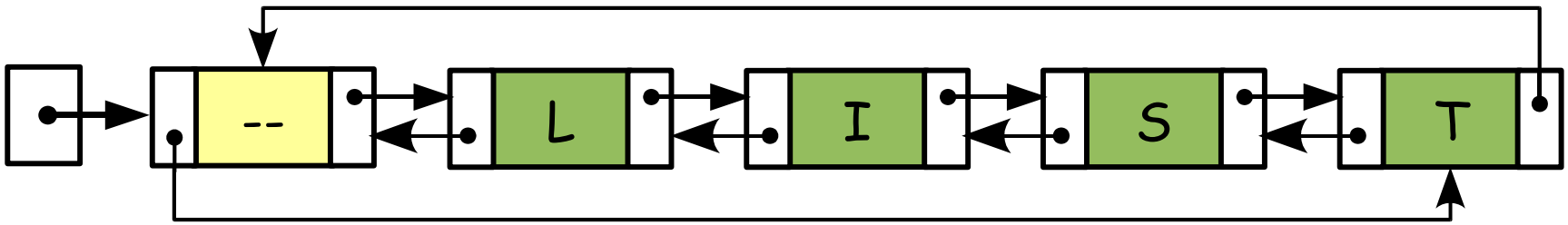
Esempi di strutture collegate: le liste

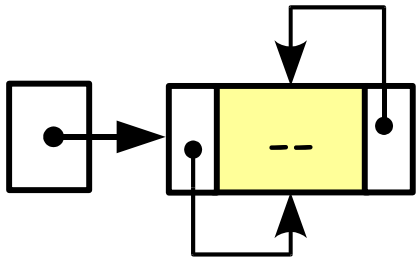






Liste con "sentinelle"





lista con sentinelle vuota

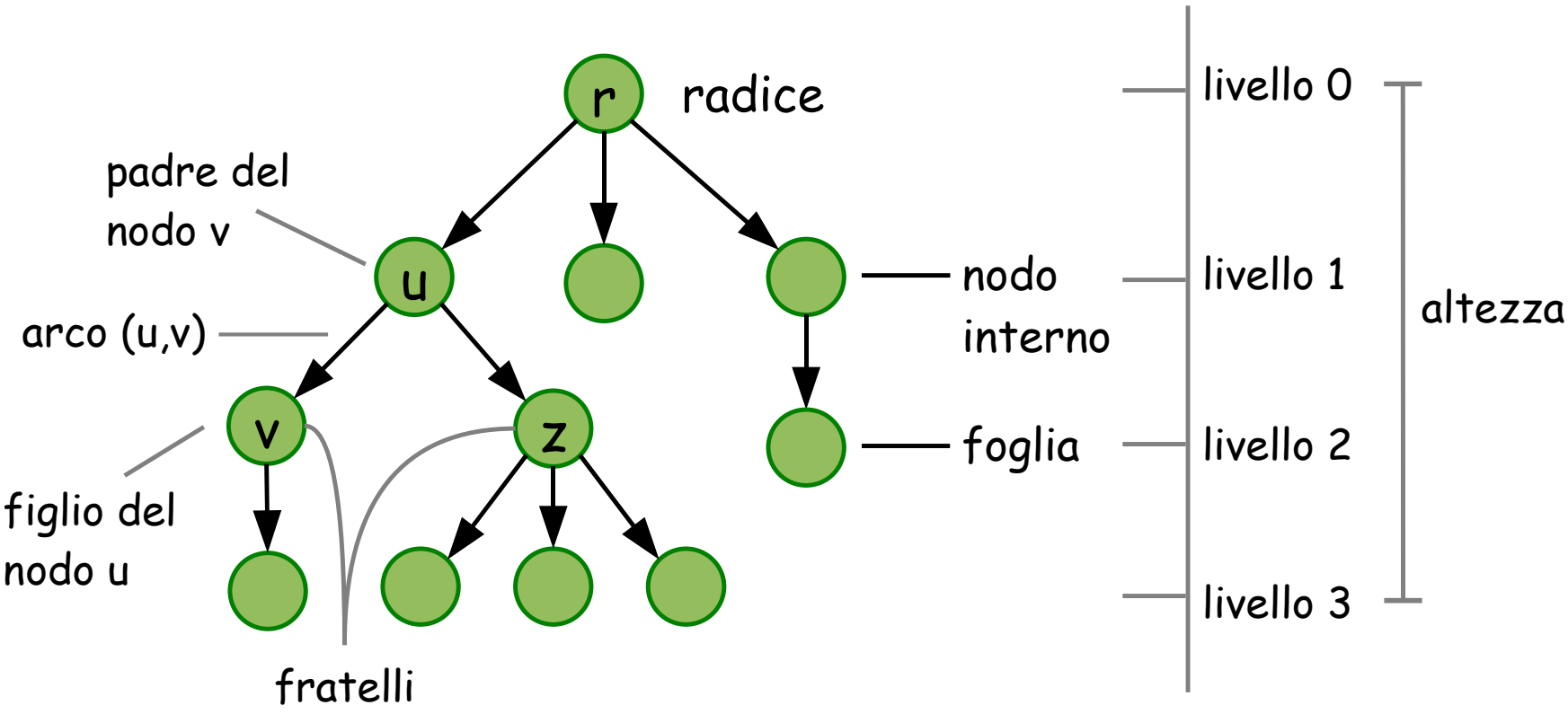
Organizzazione gerarchica dei dati: alberi

Un albero radicato è una coppia $T = (N, A)$ costituita da un insieme N di nodi ed un insieme $A \subseteq N \times N$ di coppie di nodi, detti archi. In un albero:

- ogni nodo v (tranne la radice) ha un solo padre u tale che $(u, v) \in A$. Nodi con lo stesso padre sono detti fratelli
- un nodo u può avere zero o più figli v tali che $(u, v) \in A$ e, il loro numero è detto grado del nodo
- un nodo senza figli è detto foglia, mentre i nodi che non sono nè foglie nè la radice sono detti nodi interni
- la profondità (o livello) di un nodo è dato dal numero di archi che bisogna attraversare per raggiungerlo dalla radice
- altezza di un albero: massima profondità a cui si trova una foglia

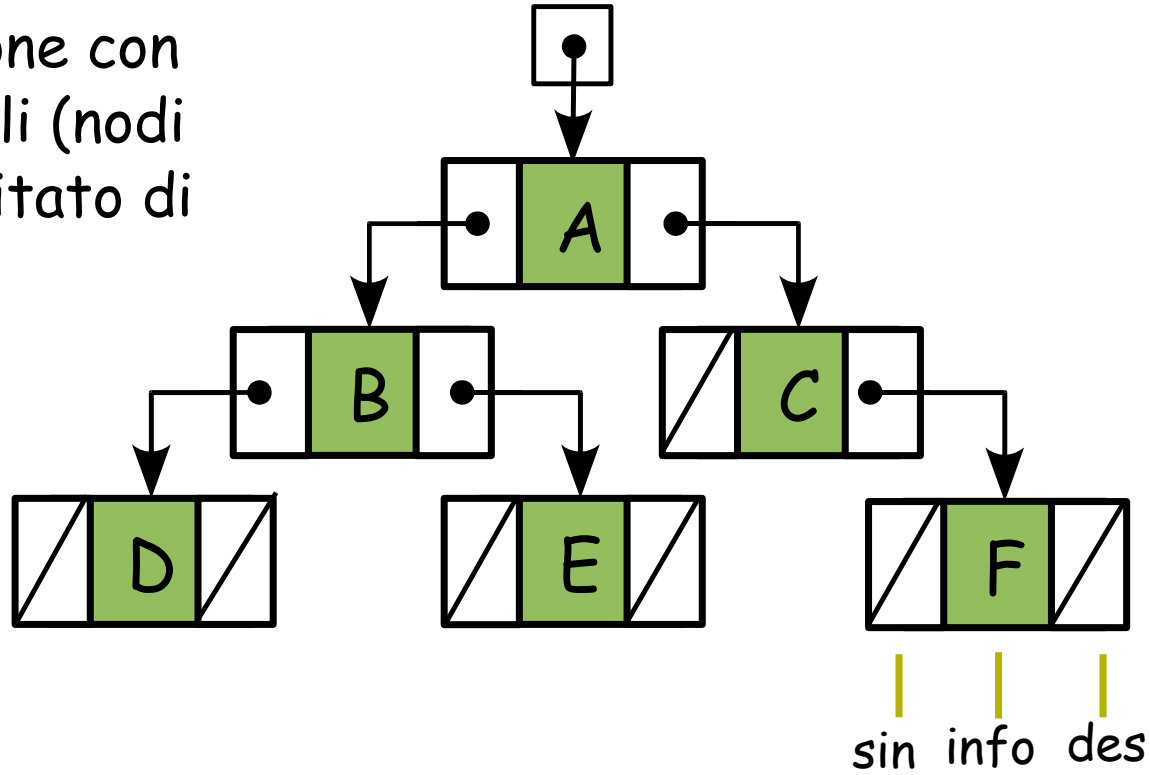
Organizzazione gerarchica dei dati: alberi

Dati contenuti nei nodi, **relazioni gerarchiche** definite dagli archi che collegano coppie di nodi

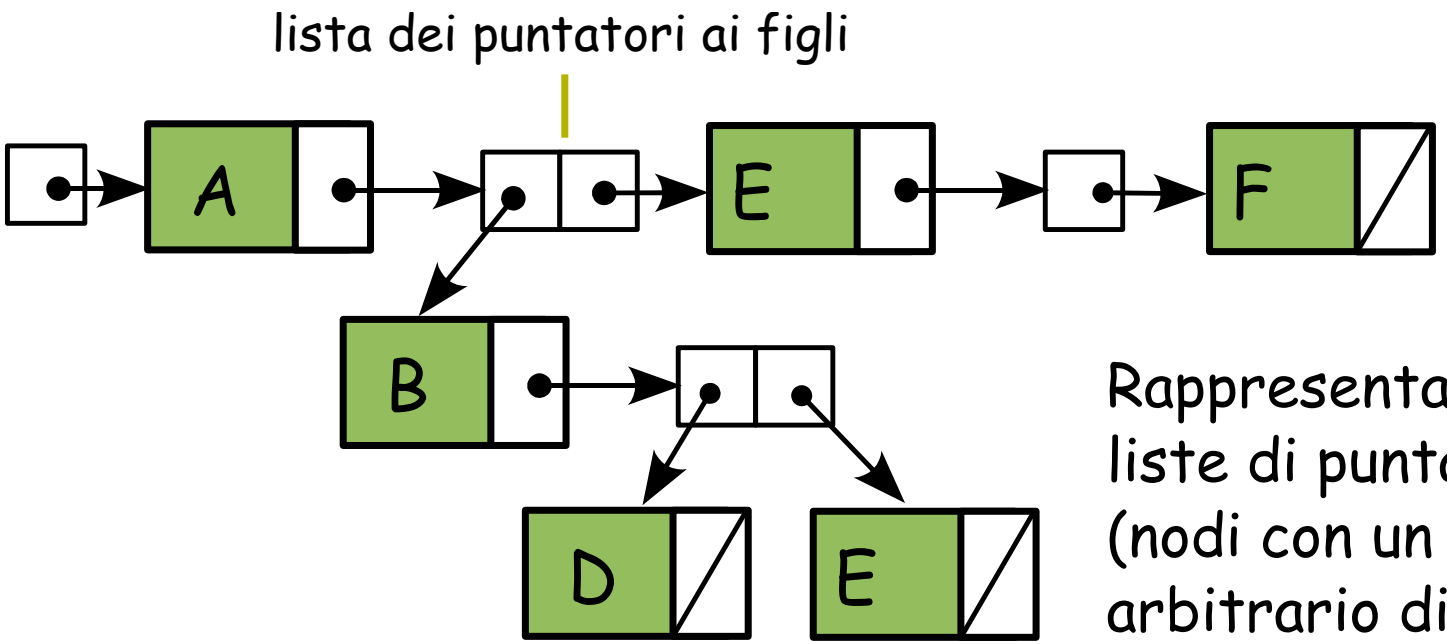


Rappresentazioni collegate di alberi

Rappresentazione con puntatori ai figli (nodi con numero limitato di figli)

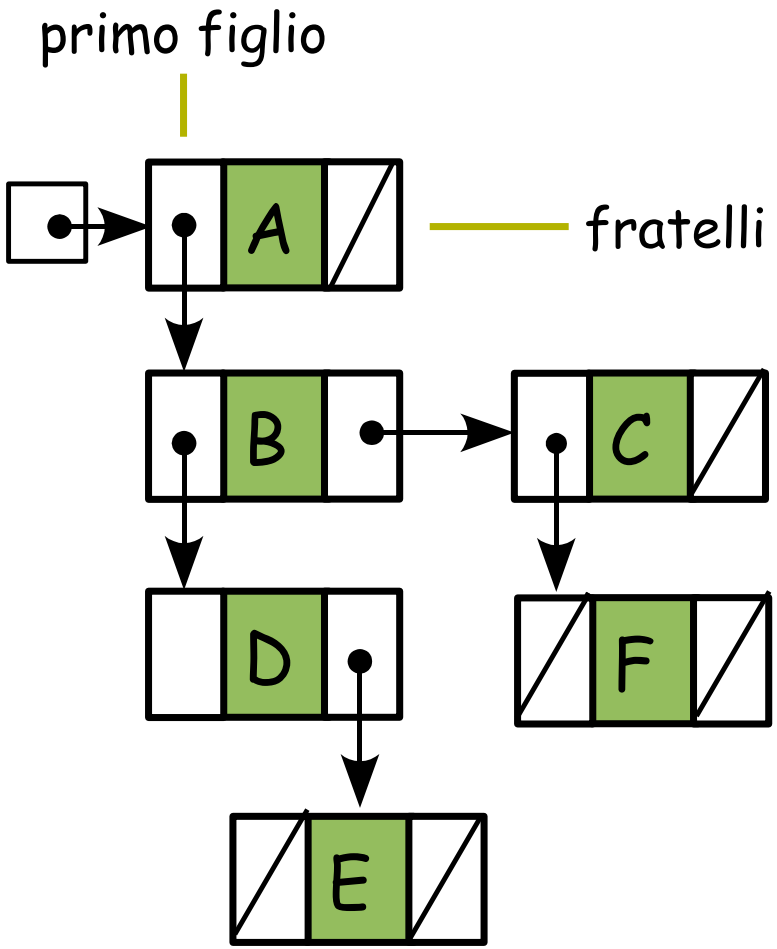


Rappresentazioni collegate di alberi



Rappresentazione con liste di puntatori ai figli (nodi con un numero arbitrario di figli)

Rappresentazioni collegate di alberi



Rappresentazione con primo figlio - fratello successivo (numero arbitrario di figli)

Visite di Alberi

Algoritmi che consentono l'accesso sistematico ai nodi e agli archi di un albero

Gli algoritmi di visita si distinguono in base al particolare ordine di accesso ai vari nodi dell'albero

Algoritmo di visita generica

L'algoritmo **visitaGenerica**(*nodo r*) visita il nodo r e tutti i suoi discendenti in un albero

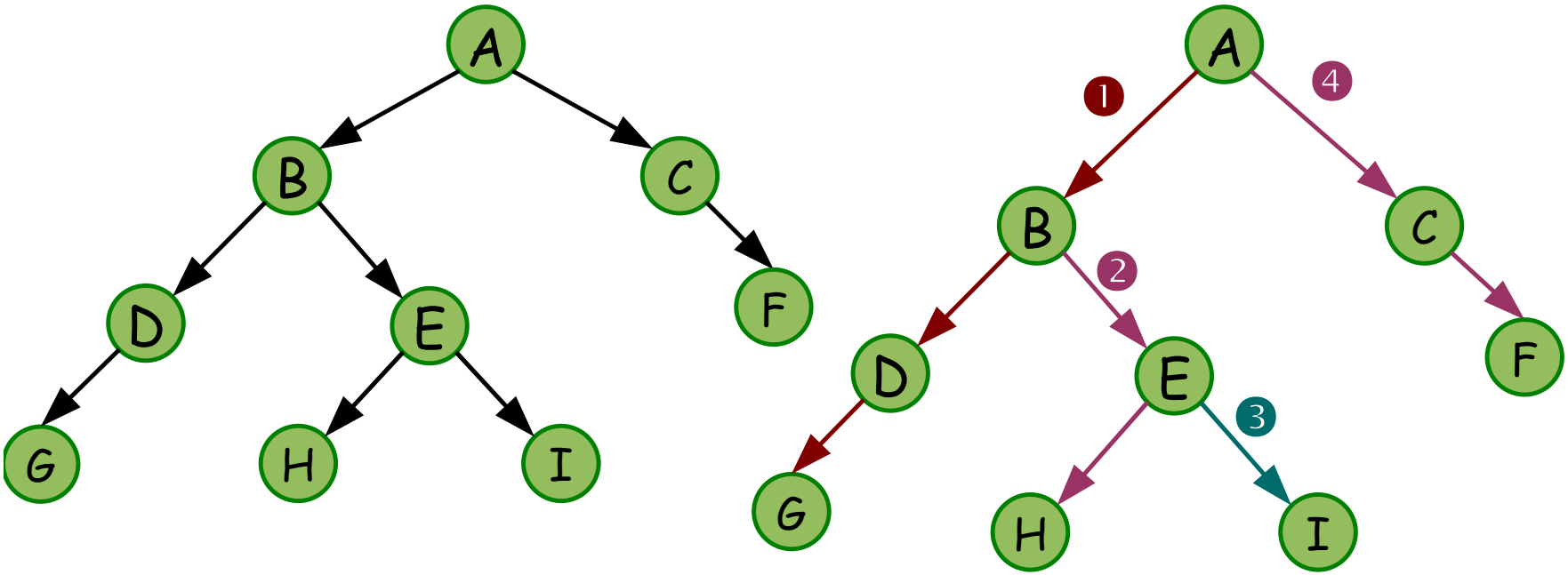
visitaGenerica(*nodo r*)
    $S \leftarrow \{r\}$
    while $(S \neq \emptyset)$ **do**
        estrai un nodo u da S
        visita il nodo u
        $S \leftarrow S \cup \{\text{figli di u}\}$

Algoritmo di visita in profondità

L'algoritmo di visita in profondità (DFS, Depth-First-Search) parte da r e procede visitando i nodi di figlio in figlio fino a raggiungere una foglia

Retrocede poi al primo antenato che ha figli non ancora visitati (se esiste) e ripete il procedimento a partire da uno di quei figli

Algoritmo di visita in profondità



DFS(A) = A, B, D, G, E, H, I, C, F

Algoritmo di visita in profondità

Versione iterativa (per alberi binari)

visitaDFS(*nodo r*)
  Pila S
  $S.push(r)$
  while (not $S.isEmpty()$) **do**
    $u \leftarrow S.pop()$
    if ($u \neq null$) **then**
      visita il nodo u
      $S.push$(figlio destro di u)
      $S.push$(figlio sinistro di u)

Algoritmo di visita in profondità

Versione ricorsiva (per alberi binari)

visitaDFSricorsiva(*nodo r*)
  if ($r = null$) **return**
  visita il nodo r
  visitaDFSricorsiva(figlio sinistro di r)
  visitaDFSricorsiva(figlio destro di r)

Questa versione dell'algoritmo di visita in prondità viene anche detta visita in preordine

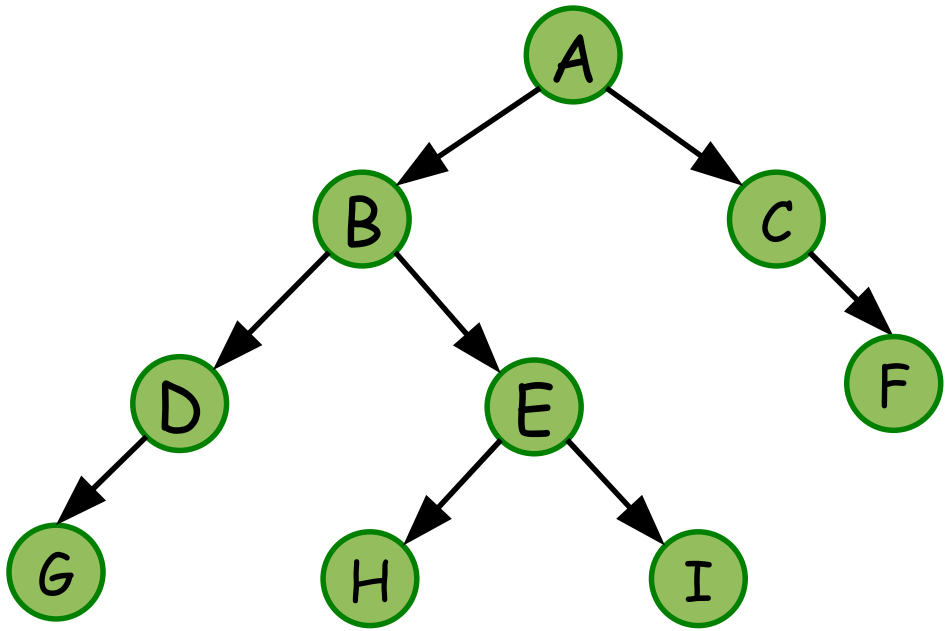
Tre varianti classiche dell'algoritmo di visita in profondità

Visita in preordine: si visita prima la radice e poi si effettuano le chiamate ricorsive sul figlio sinistro e destro

Visita simmetrica: si effettua prima la chiamata ricorsiva sul figlio sinistro, poi si visita la radice ed, infine, si effettua la chiamata ricorsiva sul figlio destro

Visita in postordine: si effettuano prima le chiamate ricorsive sul figlio sinistro e destro e poi si visita la radice

Tre varianti classiche dell'algoritmo di visita in profondità



visita in preordine: A, B, D, G, E, H, I, C, F
visita simmetrica: G, D, B, H, E, I, A, C, F
visita in postordine: G, D, H, I, E, B, F, C, A

Visita simmetrica

Versione ricorsiva (per alberi binari)

visitaSimmetrica(*nodo r*)

▷ Rispetto a visitaDFSricorsiva, basta invertire la chiamata

▷ ricorsiva sul sottoalbero sinistro e la visita della radice

if $(r = null)$ **return**

visitaDFSricorsiva(figlio sinistro di r)

visita il nodo r

visitaDFSricorsiva(figlio destro di r)

Visita in postordine

Versione ricorsiva (per alberi binari)

visitaInPostOrdine(*nodo r*)

▷ Rispetto a visitaDFSricorsiva, basta effettuare la visita

▷ della radice solo dopo le chiamate ricorsive sui figli

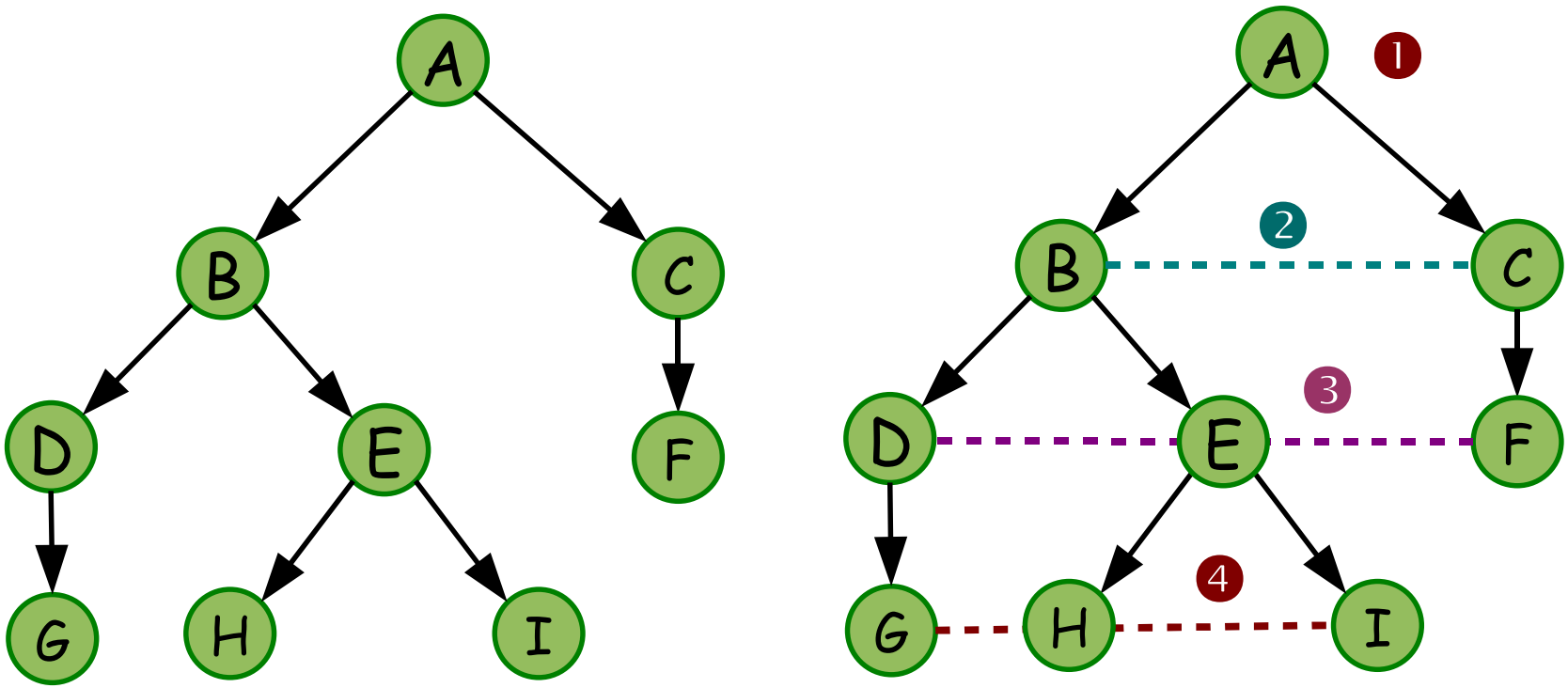
if ($r = null$) **return**
visitaDFSricorsiva(figlio sinistro di r)
visitaDFSricorsiva(figlio destro di r)
visita il nodo r

Algoritmo di visita in ampiezza

L'algoritmo di visita in ampiezza (BFS, Breadth-First-Search) parte da r e procede visitando i nodi per livelli successivi

Un nodo sul livello i può essere visitato solo se tutti i nodi sul livello $i-1$ sono stati visitati

Algoritmo di visita in profondità



BFS(A) = A, B, C, D, E, F, G, H, I

Algoritmo di visita in ampiezza

Versione iterativa (per alberi binari)

visitaDFS(*nodo r*)
  Coda C
  $C.enqueue(r)$
  while (not $C.isEmpty()$) **do**
    $u \leftarrow C.dequeue()$
    if ($u \neq null$) **then**
      visita il nodo u
      $C.enqueue$(figlio sinistro di u)
      $C.enqueue$(figlio destro di u)

Riepilogo

Nozione di **tipo di dato** come specifica delle operazioni su una collezione di oggetti

Rappresentazioni indicizzate e collegate di collezioni di dati: pro e contro

Organizzazione gerarchica dei dati mediante alberi

Rappresentazioni collegate classiche di alberi

Algoritmi di esplorazione sistematica dei nodi di un albero (algoritmi di visita)